DISCUSIÓN

Comentarios sobre el Discurso Matemático en las Ciencias Empíricas

J. Gerardo Hernández
Sección de Metodología y Teoría de la Ciencia
CINVESTAV

No hace falta subrayar la importancia de las matemáticas en las teorías científicas. Tampoco es necesario repetir que este hecho es un problema significativo en cualquier teoría epistemológica. En un artículo publicado en esta revista (núm. 2), C. Ulises Moulines analiza la inserción de la matemática en las ciencias empíricas y contribuye, al parecer, al esclarecimiento del problema, formulándolo en términos precisos (p. 32): "¿qué tiene de especial la lógica de predicados y la relación $\in$ que las hace un instrumento tan maravillosamente apto para explicar el mundo que nos rodea, mucho más apto desde luego que la gramática, esencialmente más complicada, del griego, del latín o del inglés? O dicho más suscintamente: ¿por qué todo lo que puede expresarse científicamente es mejor expresarlo en teoría de conjuntos?" Antes de atacar directamente este cuestionamiento quisiera hacer notar que el proceso argumentativo que el autor sigue a través de su artículo es inconsistente.

Lo primero que se observa es que no existe un concepto claro del signficado de la "matematización". Al parecer, para el autor del artículo al que aludimos, matematizar es cuantificar, medir pues (p. 21). "La mecánica dio el 'gran salto adelante' en el siglo XVII cuando se impuso definitivamente en ella la tradición matematicista arquimediana (. . .) sobre la tradición cualitivista aristotélica". Más adelante, en la misma página, el autor menciona varias disciplinas científicas que, en sus palabras, "se someten por completo a la 'tiranía de los números'". Páginas después, refiriéndose a un punto que analizaremos posteriormente expresa que una extensa variedad de fenómenos físicos fueron (p. 26) "domados exitosamente por la fuerza de la geometría, del álgebra. . . y de los errores matemáticamente reglamentados". Se podrían citar ejemplos de teorías fuertemente matematizadas que poco o nada tienen que ver con los números como tales, como la cromodinámica, modelada con elementos de la teoría de grupos, ya que ciertamente matematizar una teoría es estructurar, en términos matemáticos, la variedad de fenómenos que la ocupan. No creemos que sea necesario enfatizar esto, pues nadie aceptaría hoy que matematizar es cuantificar.

Sin embargo, y cualquiera que sea el concepto de matematización que el autor referido tenga, sostiene que todo puede ser expresado en términos de las teorías matemáticas. Para defender esto, por una parte recurre al hecho de que hasta el momento ha ido en aumento la tendencia a matematizar los fenómenos; y si existen restricciones propias del lenguaje matemático aún no las conocemos pues (p. 22) ". . .no se han explorado suficientemente las posibilidades de matematización en diversos campos". Así pues, el único criterio que tenemos para conocer las restricciones de la aplicación matemática es el fracaso: tiene límites si no podemos ya usarla. El autor propone tres objeciones a la idea de matematizar el mundo fáctico. La primera es una limitación propia del lenguaje formal: el teorema de Gödel sobre la incompletitud de un sistema axiomático. La segunda es más bien propia de los fenómenos empíricos, la incertidumbre que se deriva de su variabilidad. La tercera es la incompatibilidad aparente entre la exactitud matemática y lo imperfecto y variable de la realidad. Después de derrotar estos tres obstáculos, supone el autor, podemos afirmar que las matemáticas son un lenguaje adecuado para describir todos los fenómenos y sólo resta resolver por qué esto es así. Analizaremos, pues, cada uno de sus argumentos en contra de estos tres obstáculos. Dejaré el primero en último término y empezaré por el segundo.

Si se aceptan los postulados de la mecánica cuántica, debemos aceptar los resultados que se derivan válidamente de ellos. Y uno de los más inquietantes es el indeterminismo propio de los niveles subatómicos. Es de sobra conocido que a partir de aquí se han construido argumentos a favor de la existencia del "libre albedrío" y la imposibilidad de predicción de fenómenos supuestamente más complejos que los subatómicos, como los biológicos, psíquicos y sociales. Por supuesto, si se anula la posibilidad de predicción, se pierde también la de matematizar los fenómenos. El autor señala que basta con introducir la noción de probabilidad para dar cuenta de estos procesos indeterministas. Efectivamente, a nadie le preocupa lo indeterminado de un fenómeno para matematizarlo, siempre que su indeterminación presente una cierta regularidad. Lo regular de la variabilidad es imprescindible pues lo que se matematiza es la regularidad y no la variación. Nótese que después de observar repetidamente un fenómeno, inferimos, donde encontramos multiplicidad de respuestas, que todo fenómeno de la misma clase comporta una distribución de probabilidad y no otra; lo que matematizamos es entonces la regularidad, y no el indeterminismo como supone el autor. Además, el verdadero problema a que nos enfrentamos es de otra índole: ¿la aleatoriedad es inherente al fenómeno, o nosotros recurrimos a ese concepto para ocultar y engañar nuestra ignorancia? Esta pregunta no es ni secundaria ni se aleja del problema, pues en último caso nos conduce a cuestionar el verdadero sentido de la formulación matemática. Pues si fuera el caso de que encontramos incertidumbre por la existencia de "variables ocultas", como decía Einstein, que no descubrimos ni medimos, la teoría de la probabilidad formaliza suficientemente bien nuestra ignorancia. La matemática, entonces, ¿qué papel desempeña en una teoría científica si es capaz de justificar cualquier grado de ignorancia respecto al mundo empírico? Como el autor no aclara esto, es difícil entender su propósito de matematizar toda disciplina científica.

El tercer obstáculo lo expresa según un argumento aristotélico, el mundo ideal del discurso matemático no se ajusta a lo que percibimos, al mundo empírico. Debido a esta diferencia de naturaleza, continúa el autor (p. 24), "el lenguaje matemático no es adecuado para expresar nuestra experiencia". El autor al que aludimos acepta el razonamiento (p. 24): "Las premisas son ciertas, el argumento es plausible y, sin embargo, todos sabemos hoy día que la conclusión en su generalidad es falsa".

Para el autor del artículo, el único razonamiento que puede vencer este obstáculo es el siguiente. Si bien no existe una explicación satisfactoria del error cometido por Aristóteles, sabemos que falla porque a la matemática le basta con *aproximarse* a la realidad (p. 25): "Puede haber, y de hecho la hay, una física matemática aproximativa. El no haber comprendido esta posibilidad es el origen del fracaso de la física aristotélica, de una física que se apega demasiado fielmente a las características de lo fenoménico". Basta entonces, según el autor, reglamentar los errores para dar cuenta de los fenómenos con suficiente aproximación y, por ende, confianza. Nuevamente la búsqueda de la representación de los fenómenos a través de números oscurece el sentido de la matematización en las teorías físicas. Sabemos que no hizo falta la teoría de los errores para la aceptación de la representación matemática. De hecho lo que menos le importó a Galileo fue la medición del error. Tampoco Mendel, para saltar a la Biología, sistematizó los errores, más bien los ocultó a fin de formular de manera más clara la transmisión de los caracteres genéticos. La tendencia más común en las teorías científicas consiste en idealizar la realidad, y no en la adaptación matemática a la irregularidad de lo fenoménico. No deseo minimizar la importancia de la teoría de los errores, pero sí enfatizar que su existencia no determinó la aceptación arquimediana en contra de la aristotélica. Cabría aún señalar otros desacuerdos con el autor; luego volveremos sobre la "plausibilidad" del argumento "aristotélico".

Retomaremos ahora el primer obstáculo que menciona el autor, el teorema de Gödel. Como es bien sabido, éste se refiere a la incompletitud de cualquier sistema axiomático de la matemática clásica (no sólo la aritmética de Peano, también el de los *Principia Mathematica* y, subrayamos, la teoría axiomática de los conjuntos). Esto es, contienen sentencias tales que ni ellas ni sus negaciones son formalmente deducibles del conjunto de axiomas inicial. Además, y esto es importante, la incompletitud de un sistema axiomático como los mencionados es irremediable aun cuando aumentáramos la lista de axiomas. Según el autor esto es una ventaja para la matematización pues lo que prueba es que (p. 23), "las matemáticas cubren más que el conjunto de sistemas formales". La contradicción con su cuestionamiento final es evidente (p. 32): "¿por qué todo lo que puede expresarse científicamente es mejor expresarlo en teoría de conjuntos?" Y antes es más enfático (p. 31-32): "todos los conceptos matemáticos, por complicados que sean, se pueden reducir a lógica + $\in$ Basados en reglas sintácticas y de cálculo de la lógica de predicados, que son muy simples, y en los diez axiomas de la teoría estándar de conjuntos, la mayoría de los cuales tiene una forma bastante sencilla, podemos reconstruir paso a paso todo el enorme edificio de las matemáticas existentes, incluidos los sistemas matemáticos antiintuitivos de los que se sirven los científicos empíricos". La contradicción es evidente: si una teoría matemática no es reducible a un sistema formal, ¿cómo es posible que toda la matemática sea reconstruible a partir de la teoría axiomática de los conjuntos? Además de que niega aquí, directamente, los resultados de Gödel, lo que no es posible sin una amplia justificación, que no existe en su artículo.

Obsérvese que esto anula el cuestionamiento que el autor ofrece como parte final de su trabajo y que citamos al iniciar el presente artículo. Todavía más, el autor mencionado no cita el segundo resultado de Gödel, tan delicado como el primero: no podemos probar la consistencia de un sistema formal, como la aritmética o la teoría de conjuntos, con sus propios medios. Esto es grave, porque recurrir a un sistema más poderoso para probar la consistencia de los mencionados —esto sí es posible— lo que resulta es un simple desplazamiento del problema, pues para demostrar la consistencia de este nuevo sistema debemos construir otro más poderoso, y así sucesivamente. Y aun cuando el autor dice hacer caso omiso de los problemas de los sistemas formales, es indudable que el problema es inquietante: ¿cómo saber si aparecerá un teorema que sea la negación de otro ya demostrado? A esta pregunta no podemos responder ingenuamente "aún no ha pasado". Los resultados de Gödel van más allá del argumento que el autor ataca.

Ahora bien, aun cuando aceptáramos sus argumentos no contradictorios, no sabríamos justificar el propósito que sugiere de matematizar toda disciplina científica. Quedémonos con el hecho de que una amplia variedad de áreas de conocimiento ha sido matematizada. La pregunta que ahora importa es ¿qué tienen de particular las matemáticas que se ajustan tan bien a la descripción de los fenómenos y nos permite una mejor comprensión de los mismos? Aun cuando el autor al que nos referimos nos habla de planteamientos de la filosofía de la ciencia contemporánea, sólo analiza dos respuestas a la pregunta anterior: Platón y Kant. Cuando menos este último es considerado por el autor como fundador de la filosofía de la ciencia (si ésta involucra también una metodología, podemos encontrar sus raíces más bien en los científicos medievales), o poco tendrían que ver con la posible respuesta. Existe un claro error de planteamiento, implícito en el artículo que nos ocupa, que al final el autor devela, pues cuestiona ¿qué tiene de particular el *lenguaje* matemático (de conjuntos, dice él) que lo hace más apto que el griego, el latín o el inglés, para explicar los fenómenos? Esto tiene consecuencias profundas, pero observemos primeramente que considerar a la matemática como un lenguaje anula el carácter de "plausible" al argumento aristotélico ya citado. Si las matemáticas son un lenguaje por naturaleza exacto, decía el autor, no pueden describir los fenómenos de naturaleza imprecisa y cambiante y, por lo tanto, no son adecuados para describirlos. Es cierto, pero el hecho de que el griego o el latín sean tan imprecisos como la naturaleza, no por ello son más adecuados para describirla. Más a fondo y para decirlo claramente, las matemáticas son algo más que un lenguaje.

Si pudiera demostrarse que las matemáticas son un instrumento necesario del conocimiento, que de hecho no existe aproximación a los objetos si no es a través de construcciones lógicas y matemáticas; si pudieramos abandonar la actitud exclusivamente especulativa, y no experimental, para tratar de aproximarnos a la respuesta de tan compleja pregunta, tal vez podríamos formularla en términos más precisos sin caer en contradicciones. Gran parte de este avance está realizado, pero no lo hizo Kant. En los trabajos de Piaget y su escuela pueden encontrarse evidencias alentadoras. No todo está hecho, pero se ha hecho evidente que no es válido ya adoptar criterios exclusivamente especulativos. No sin antes, al menos, analizar el significado y el valor de la matematización en las teorías de las ciencias empíricas, porque la revolución científica del siglo XVII no fue una revolución matemática, pues aunque la formulación de leyes en términos matemáticos sea una de sus características, no es la única de sus razones. Y si bien podemos aceptar que la mayor parte de los avances científicos conlleva una fuerte carga matemática, también es cierto que se adopta más la parte *estructural* que la numérica de la misma. Entender a las matemáticas como un instrumento de cálculo es perder de vista una parte fundamental de su carácter. Son los aspectos estructurales más que los numéricos, los que nos permiten entender de manera más profunda el misterio de la transmisión genética de caracteres. Ver desde esta perspectiva la problemática relación matemáticas-realidad no facilita el problema, permite ver de él su parte más compleja; pero sólo así podemos intentar comprender el alcance y dinámica de la ciencia. Lo complejo de un problema no justifica, nunca, que se lo enfoque de una vez y para siempre desde la perspectiva más cómoda.