¿ES EL DISCURSO MATEMATICO LA CONDICION PARA EL PROGRESO EN LAS CIENCIAS SOCIALES?

Tomás Garza
Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y Sistemas, UNAM.

Una anécdota, probablemente apócrifa, relata el encuentro en la Corte de San Petersburgo entre Euler (el más grande matemático de la época) y Diderot (gran filósofo conocido por su falta de fe religiosa). Frente a la Corte, el matemático interpeló al escéptico filósofo con el siguiente argumento: "$(a = b^2) / n = x$. Por lo tanto, ¡Dios existe! ¿Qué puede usted decir en contra?"

Ignorante de los rudimentos de las matemáticas, Diderot quedó confundido y no pudo contestar adecuadamente. Al poco tiempo tuvo que abandonar la Corte por haber hecho el ridículo.

Euler usó un argumento ininteligible para aplastar a su interlocutor. Si en lugar de esa fórmula hubiera utilizado la lengua natural para expresarse, y si hubiera hecho comprender a su auditorio el hilo del argumento en el que quería apoyarse, probablemente habría sido él quien hubiera quedado en ridículo, pues habría resultado evidente lo extravagante de su premisa y lo absurdo de su conclusión. Sin embargo, el solo uso del discurso matemático le había permitido cubrir de misterio su supuesto silogismo y excluir cualquier posibilidad de refutación. Su enorme prestigio personal, bien fundado, por otra parte, lo ponía a salvo de cualquier interpelación profana. Tratándose del gran matemático, era obvio que no iba a equivocarse si utilizaba un argumento basado en razonamientos matemáticos.

Esta pretendida superioridad del discurso matemático, sutilmente propalada por los profesionales del ramo (no por todos, hablando en justicia) desde hace siglos, y aceptada con ciertas reservas por ellos mismos, ha llegado a formar parte de la mitología de las ciencias y, particularmente en esta época, a constituir un serio problema en algunos campos del pensamiento. En efecto, no es raro que se otorgue respetabilidad científica sólo a quien es capaz de salpicar adecuadamente su discurso con buena dosis de símbolos, fórmulas y la correspondiente jerga abstrusa sólo comprensible para los iniciados. Es poco frecuente encontrar posiciones críticas al respecto (quizá vale la pena citar a Edgar Allan Poe —para invocar una autoridad—, que hace un interesante y demoledor ataque al llamado "razonamiento matemático" en su cuento "The Purloined Letter"); más bien abunda una aceptación resignada del hecho y, consecuentemente, una activa preocupación por la llamada "matematización" en campos tales como la economía, la sociología, la psicología y otros afines.

Paradójicamente, esta preocupación cada vez mayor por sacralizar las ciencias sociales con la gracia divina del discurso matemático no se traduce en un interés constante y sistemático por el estudio serio de la matemática, ni por la comprensión de su naturaleza, su significado y sus métodos. Ni siquiera hay en los medios académicos un intento de buscar acercamientos personales entre quienes se dedican a una y otra actividad; los matemáticos (y en general los científicos de las llamadas ciencias "duras", término que no fue inventado por ellos: para ellos sólo hay una clase de ciencia) se mueven en un medio aislado, autocontenido, mientras que los demás simplemente los ignoran. Claro que en el fondo hay turbulencias fuertes, como lo ha descrito muy bien Snow en "The Two Cultures"; en este ensayo cita a Hardy, el matemático, que comenta con sorna: "¿Se ha fijado usted en cómo se usa la palabra 'intelectual' en estos tiempos? Parece haber una definición que no incluye a Rutherford, a Eddington, a Adrian, a Dirac ni a mí. Bastante extraño, ¿no?"

En general hay, a mi juicio, una gran ignorancia acerca de lo que es la matemática: ante todo, es una de las creaciones intelectuales más formidables del hombre, que conjuga elementos de valor estético con una nitidez lógica incomparable, y cuyo desarrollo, desde los primeros griegos hasta nuestra época, es testimonio de la universalidad del pensamiento y de su enorme poder. Las palabras de Bertrand Russell dan idea de lo que esta ciencia es para los matemáticos:

> Mathematics, rightly viewed, possesses ... supreme beauty – a beauty cold and austere, like that of sculpture –, without appeal to any part of our weaker nature, without the gorgeous trappings of painting or music, yet sublimely pure, and capable of stern perfection such as only the greatest art can show. The true spirit of delight, the exaltation, the sense of being more than man, which is the touchstone of the highest excellence, is to be found in mathematics as surely as in poetry.[1]

No muchos matemáticos profesionales serían capaces de expresar sus sentimientos con la elegancia de Russell pero, indudablemente, la mayoría suscribiría sin reservas el contenido del párrafo citado. Y el matemático honesto deplora sinceramente, como el artista, la incomprensión y el equívoco común acerca de su *métier*; es conocido el reproche del notable matemático contemporáneo Halmos en este sentido: "It saddens me that educated people don't even Know that my subject exists".[2]

No puede sustituirse la enseñanza metódica de la matemática por unas cuantas charlas o lecturas esporádicas si se quiere llegar a comprender en toda su magnitud la naturaleza y el significado del tema. Hay una forma de pensar, hay un lenguaje y hay una técnica que difícilmente pueden comunicarse sin entrar a fondo en la materia, lo que no es tan difícil, después de todo: un enorme número de matemáticos profesionales, además de los científicos e ingenieros que han recibido enseñanza formal durante muchos años, conocen y utilizan el discurso matemático con grados diversos de profundidad.

Sin embargo, hay también un enorme grupo de gente que, por diversas razones, ha llegado a su madurez profesional sin haber tenido contacto con los conceptos más elementales del pensamiento matemático y, peor aún, que ha desarrollado contra éste una profunda aversión, consciente o no. Han sido víctimas de la mala enseñanza desde sus niveles elementales, y carecen de los instrumentos mínimos para intentar su estudio en la edad madura.

---

1 Bertrand RUSSELL, *The study of Mathematics: Philosophical Essays*, London, 1910, p. 73.

2 Citado por A.L. HAMOND en *Mathematics Today*, ed. por L.A. Steen, Springer Verlag, 1978, p. 26.

El problema arranca, por supuesto, de la concepción misma de lo que son las matemáticas y de la confusión que existe entre su estudio formal y sus aplicaciones. En torno a este tema suele haber discrepancias ocasionales de tipo ideológico, aun entre matemáticos profesionales. Algunos sostienen que las matemáticas aplicadas no existen; lo que existe —dicen— son los matemáticos aplicados, porque las matemáticas son las mismas. En realidad, todo depende de lo que se entienda por matemática aplicada, ya que esta rama incluye temas de tal abstracción e inaplicabilidad que bien pueden poner en entredicho su denominación. En todo caso, hay una actividad que, con o sin el atributo de "aplicada", es esencialmente la del que camina por el terreno de las teorías y los teoremas, las abstracciones y las generalizaciones, y cuyo objetivo fundamental, aceptado explícitamente o no por el protagonista, es encontrar más verdades matemáticas, independientes de la realidad externa.

Los objetos matemáticos —esto es, las entidades de las que se ocupa la matemática— no pertenecen a la realidad física. Nadie ha visto un punto, una recta al infinito o una función de variable compleja. Se trata de conceptos cada vez más elaborados y que se alejan más y más de la intuición común. Tal vez la noción de punto en la geometría elemental tenga un contenido intuitivo, y la recta al infinito pueda, con cierto esfuerzo, representarse en la imaginación mediante alguna referencia a la experiencia cotidiana. Pero, a medida que ascendemos a niveles superiores de abstracción, los objetos matemáticos dejan de tener similitud con las cosas de la vida real y, por mucho que queramos esforzarnos, no encontraremos, por ejemplo, ninguna contraparte "objetiva" del concepto de función de una variable compleja. La mayor parte de los conceptos de la matemática no elemental pertenecen a un mundo abstracto donde no existe correspondencia con los entes de nuestra realidad cotidiana. Ahora bien, ¿cómo explicarse que dos matemáticos profesionales no encuentren ningún problema para comunicarse entre ellos y que sus conceptos (i.e., las cosas que llaman por el mismo nombre y que se han definido o deducido con las reglas de la matemática, que son universalmente válidas y aceptadas sin distinción de nacionalidad y experiencias formativas), que sus conceptos —decíamos— sean exactamente los mismos, aun cuando nunca hayan cruzado palabra entre ellos? Si tomamos un artículo de matemáticas y ocultamos el nombre del autor no habrá forma de distinguir si lo escribió un americano, un inglés, un francés o un ruso; en su forma y su contenido son absolutamente indistinguibles la nacionalidad, la formación o cualquier otra característica personal del autor (suponiendo que el artículo esté escrito en inglés, que es lo más frecuente): nadie, salvo los rusos, escribe en ruso, y los americanos e ingleses casi nunca utilizan el francés para publicar sus trabajos. Esto hace pensar que hay una realidad —abstracta, pero realidad al fin y al cabo— a la que pertenecen los objetos matemáticos, no derivada de la experiencia cotidiana (tan marcada por elementos de tipo local y temporal), y que la función de los matemáticos profesionales es descubrirla y observarla.

¿O inventarla? En todo caso, se trataría de invenciones muy afortunadas. Por ejemplo, a principios del siglo XIX varios matemáticos "inventaron" casi simultáneamente y, sobre todo, en forma independiente, las geometrías no-euclidianas y coincidieron con exactitud en sus resultados. En cambio, en otros campos del conocimiento no hay casos análogos de invenciones de este tipo. En el campo de la música, por ejemplo, nadie ha inventado una fuga que sea idéntica a alguna de Bach, quien, por otra parte, inventó toda su música; es decir, la música que produjo Bach no preexistía en una realidad abstracta que sólo debía ser percibida para ser reproducida físicamente. Por lo tanto, ningún otro compositor pudo haber inventado en forma independiente la misma música que inventó Bach.

En cambio, cuántas veces el matemático profesional produce algún resultado "original" —original en tanto que no lo tomó de ninguna otra fuente— y se da cuenta después de que ya ha sido publicado por alguna otra persona.

Hardy piensa que "la realidad del matemático está más cerca de la realidad cotidiana que la realidad del físico; paradójico, pues se supone que el físico trata con las cosas reales". [3] El argumento es más o menos como sigue: decir que una silla es una colección de electrones nos resulta tan inútil como decir que es una idea en la mente de Dios, ya que ninguna de las dos cosas está en correspon-

---

3 HARDY, *A Mathematician's Apology*, Cambridge, Cambridge University Press, 1968.

dencia con nuestros sentidos. El físico no nos da, en consecuencia, una noción convincente de lo que es la realidad física. En cambio, la realidad del matemático, al no tener relación con lo que captamos por medio de nuestros sentidos, está mucho más cerca de nuestra percepción de la realidad; el número 317, por ejemplo, es primo, no porque así lo creamos ni porque nuestra mente esté conformada para pensarlo así. Esa propiedad es independiente de nuestra ideología, y esta "objetividad" de la matemática, entonces, es la que permitirá al físico organizar sus observaciones concretas dentro de un esquema ordenado y coherente de relaciones abstractas.

R. Courant, otro destacado matemático de este siglo, adopta un punto de vista opuesto. Dice que "hay una amenaza seria para la vida de la ciencia en la afirmación de que la matemática no es más que un sistema de conclusiones derivadas de definiciones y postulados que deben ser compatibles pero que, por lo demás, pueden ser creación de la libre voluntad del matemático. Si esta descripción fuera exacta, las matemáticas no podrían interesar a ninguna persona inteligente . . . únicamente bajo una disciplina de responsabilidad frente a un todo orgánico . . . puede la mente libre obtener resultados de valor científico".[4]

Quizá ambos puntos de vista puedan conciliarse si, por un lado, aceptamos que las matemáticas no son, en realidad, creación de la libre voluntad del matemático, sino que pertenecen a esa realidad, la realidad matemática, cuyo descubrimiento es tarea del matemático profesional, y por otro lado, si aceptamos que no hay nada arbitrario en la matemática; no puede uno simplemente llegar e inventar cosas arbitrarias. Pero no estoy seguro de que esa haya sido la intención del profesor Courant en el párrafo arriba citado.

Durante los últimos años se ha presenciado un cambio importante en la actitud general hacia la matemática. Por lo general se acepta que "... las disciplinas científicas más avanzadas y confiables desde el punto de vista de su poder explicativo, predictivo y tecnológico, son aquellas que han adoptado sistemáticamente, co-

4 R. COURANT y H. ROBBINS, *What is Mathematics?*, Oxford, Oxford University Press, 1941, p. 8.

mo forma de discurso propia, un discurso matemático . . ."[5]

Pero, ¿hay en el fondo un cambio real y sustantivo en este estado de cosas? Creo que la única disciplina que ha adoptado un discurso matemático es la física, pero solamente en aquellos aspectos en que la física interacciona estrechamente con otras ciencias puede decirse que ha llegado a ese supuesto "estado de avance y confiabilidad notable";[6] tal es el caso de la astronomía, la ingeniería y las ciencias de la tierra (y aun entre estas últimas hay algunas como la metereología y la sismología, que están lejos de haber obtenido resultados predictivos satisfactorios). Incluyo aquí, desde luego, todo el rico acervo de la física, cuyo impresionante desarrollo, desde la época de Newton, ha ido de la mano con la disponibilidad de más y mejores instrumentos matemáticos. La biología, a su vez, se ha visto beneficiada por la posibilidad de incorporar modelos particulares de la física en situaciones específicas, pero aún no logra un tratamiento general de sus problemas en términos matemáticos, como lo hace la física. A fin de cuentas, ésta se ocupa de cuestiones relativas a la descripción de sistemas en cuanto a sus características espaciales y temporales, y los métodos que utiliza se desarrollaron como respuesta a las dificultades concretas que planteaba ese estudio.

La invención del cálculo se da, de manera muy natural, cuando Newton necesita refinar resultados sobre el movimiento de las partículas físicas, resultados que obtiene basándose en la feliz combinación de los teoremas de la geometría de Euclides con sus propias leyes del movimiento de los cuerpos.

Pero la gigantesca obra de Newton, *Principia Mathematica*, publicada hace ya trescientos años, es, en efecto, un tratado de matemáticas, aunque los títulos de sus capítulos y secciones hagan referencia a problemas físicos. La organización de la obra sigue un método semejante al de los textos clásicos, como el de Euclides: definiciones, axiomas y, en forma puramente deductiva, teoremas. Sus definiciones se refieren a cosas tales como cantidad de materia

5 Ulises MOULINES, "El discurso matemático en las ciencias empíricas", en *Discurso* núm. 2, sep.-dic. 1983, México, UACPyP del CCH, UNAM, p. 21.

6 *Idem.*

y de movimiento, inercia o *vis insita* de los cuerpos, fuerzas y aceleraciones. Al establecer sus leyes o axiomas, los objetos con que trabaja se vuelven entes abstractos, y el método de deducción de sus teoremas sigue al pie de la letra la tradición clásica de la geometría griega.

El resultado es, desde luego, espléndido; constituye una formidable descripción sistemática de las fuerzas de la naturaleza y pone en orden la suma del conocimiento occidental existente hasta entonces. Pero el tono general es de carácter matemático y sólo ocasionalmente Newton hace referencia en el texto a la realidad física; sus objetos son abstractos y sus métodos deductivos. Claro está que los resultados coinciden, y de manera muy precisa, con las observaciones, y aquí radica lo realmente importante desde el punto de vista del impacto que la obra de Newton tuvo en el desarrollo posterior de las ciencias.

Para tratar de aclarar las cosas, tomemos algún resultado newtoniano, como por ejemplo el siguiente: "dos cuerpos que se atraen entre sí con fuerzas inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa, se mueven en trayectorias elípticas, y los radios focales barren áreas iguales en tiempos aproximadamente iguales".[7] Pues bien, la observación de los cuerpos celestes se ajusta muy bien a este teorema. En efecto, los planetas describen alrededor del sol órbitas elípticas, y sus tiempos de revolución concuerdan con la segunda parte del teorema. Pero, hay que insistir, éste es un resultado deductivo y la deducción podría haberse hecho con igual validez lógica si se hubiese tomado algún otro conjunto de leyes o axiomas, con tal de que fueran consistentes (esto es, no contradictorios). En ese caso se habría llegado a un resultado que tal vez no habría concordado con las observaciones de la realidad circundante.

Así, por ejemplo, en vez de tomar la primera ley, "los cuerpos continúan en su estado de reposo, o de movimiento uniforme en línea recta, a menos que haya una fuerza que los obligue a cambiarlo", podría haberse tomado otra, por ejemplo, "los cuerpos en reposo tienden a moverse y los cuerpos en movimiento a detenerse", o algo así, que, aunque intuitivamente podría sonar absurdo, tal vez tendría, desde el punto de vista estrictamente teórico, la misma utilidad como base para la deducción.

7 NEWTON, *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, ed. por Encyclopedia Britannica, University of Chicago, 1978, p. 1978.
Este hecho físico se conocía ya antes de Newton, pero fue él quien lo dedujo matemáticamente.

Tomemos otro conocido ejemplo, el del quinto postulado de la geometría de Euclides, que esencialmente dice que si dos rectas forman, con una tercera, ángulos rectos, entonces dichas rectas no son paralelas, o sea que, prolongadas indefinidamente, se intersectarán en algún punto. Este postulado provocó inquietud e inconformidad.[8] Pero después, durante el siglo pasado, surgieron varias geometrías que modificaron sustancialmente su contenido. Unas proponían que hay ángulos internos cuya suma es inferior a dos rectos, para los cuales las rectas dadas siguen siendo paralelas; otras postulaban que no hay ningún par de ángulos internos para los cuales existan rectas paralelas.

Ambas corrientes se desarrollaron exitosamente después de vencer el peso de la intuición, y esto dio lugar a las llamadas geometrías no-euclidianas, cuyo valor "matemático" es idéntico al de la geometría original. Se exploró, de esa manera, otra vertiente de la "realidad matemática", sin que la falta de congruencia con la realidad cotidiana estorbara mayormente.

Esto no implica, de ninguna manera, que el desarrollo de una teoría matemática no pueda enriquecerse enormemente mediante una interacción con la intuición y la experiencia. Ciertamente el caso de Newton ejemplifica todo esto; sus descubrimientos fueron sin duda influidos, y aun guiados, por lo que en su época ya se conocía de la naturaleza. Sus leyes no contradicen la experiencia cotidiana y, por otra parte, manifiestan una enorme capacidad de síntesis y una gran elegancia de pensamiento. En sus "Reglas del razonamiento en la filosofía" nos dice:

> ". . . Nature does nothing in vain, and more is in vain when less will serve; for Nature is pleased with simplicitv, and affects not the pomp of superfluous causes . . ."[9]

8 En cambio las leyes de Newton, como tales, no la provocaron; las discrepancias surgieron enel siglo XIX con la interpretación, entre otras cosas, del significado del movimiento en línea recta.

9 NEWTON, "Rules of reasoning in Philosophy", en *op. cit.*, p. 270.

¿No es acaso esta maravillosa concepción de la naturaleza lo que seguramente le permitió formular su gigantesco sistema? Obviamente, el gran científico es el que puede percibir la simplicidad en los fenómenos que estudia. A los mortales ordinarios las cosas nos parecen muy complicadas y, paradójicamente, queremos entonces usar herramientas simplistas para estudiarlas. El resultado es a menudo trivial, lo que explica que frecuentemente encontremos intentos de describir la realidad que no tienen ni la elegancia intelectual ni la fuerza predictiva que, en todo caso, los justificaría.

No creo que el ropaje de las matemáticas (o, dicho de otra manera, el lenguaje matemático) agregue, por sí solo, nada nuevo al conocimiento de la realidad, en cualquiera de los niveles que se estudie. La matemática ha resultado extraordinariamente útil (o, mejor dicho, imprescindible) para el desarrollo de la física y, en cambio, los intentos para "matematizar"[10], digamos, la economía o la sociología no han hecho más que complicar innecesariamente las cosas. Ahora resulta muy difícil entender un trabajo especializado a menos que esté uno previamente adoctrinado en el significado imputado a los conceptos matemáticos que ahí se usan, y no porque se trate de conceptos o técnicas especialmente complicados (de hecho no lo son, en general), sino porque uno se ve forzado a pasar por alto una serie de aspectos primarios de la teoría para quedarse con su pura manipulación técnica. Y, como está ampliamente demostrado, lo importante, lo realmente importante, son las hipótesis y los conceptos fundamentales: un planteamiento adecuado y una pregunta bien formulada contribuyen más a esclarecer un problema que una técnica, por complicada que ésta parezca.

Recientemente, en una carta de la revista *Science*, el célebre W. Leontief fustigaba a los economistas modernos por su " ... irresistible predilección por el razonamiento deductivo ...", que convierte los artículos sobre problemas de teoría económica en un fárrago de fórmulas matemáticas " ... que llevan al lector, a partir de suposiciones más o menos plausibles, pero totalmente arbitrarias,

10 Valga la palabra, ya que en realidad lo único "matematizable" son los objetos matemáticos.

a conclusiones teóricas enunciadas con mucha precisión pero sin ninguna importancia real ..."[11]

Parecería haber una inclinación casi morbosa por el razonamiento deductivo y por producir cosas que tengan, en apariencia al menos, el rigor de las matemáticas. Pero es cuestionable que este procedimiento tenga, por sí solo, la virtud de producir la verdad científica: para esto se requiere de otras cosas. Tal vez, como sucedió en las ciencias de la naturaleza, las matemáticas puedan llegar a desempeñar un papel destacado; sin embargo, esto sólo sucederá cuando se haya hecho un planteamiento correcto del problema, esto es, cuando lleguen a hacerse, primero que nada, las preguntas adecuadas. Mientras no sea así las matemáticas desempeñarán un pobre papel y sólo harán más difícil la lectura y comprensión de resultados sin importancia.

11 *Science*, vol. 217, julio 1982, p. 184.

TOMAS GARZA es doctor en Matemáticas; trabaja como investigador en el Instituto de Matemáticas Aplicadas y Sistemas, y fue profesor honorario de El Colegio de México.