EL DISCURSO MATEMATICO EN LAS CIENCIAS EMPIRICAS

C. ULISES MOULINES

Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM.

Es un hecho de comprobación general que las disciplinas científicas más avanzadas y confiables desde el punto de vista de su poder explicativo, predictivo y tecnológico, son aquéllas que han adoptado sistemáticamente, como forma de discurso propia, un discurso matemático, es decir aquéllas que han sido más o menos completamente matematizadas. La astronomía alcanzó el estatuto de conocimiento sólido ya en la Antigüedad al expresarse sistemáticamente en un lenguaje geométrico. La mecánica dio el "gran salto adelante" en el siglo XVII cuando se impuso definitivamente en ella la tradición matematicista arquimediana (que había estado latente desde hacía 2000 años) sobre la tradición cualitativista aristotélica. En las primeras décadas del siglo XIX asistimos a una invasión sin precedentes de las matemáticas en campos empíricos que hasta entonces no parecían susceptibles de ser tratados así: en el espacio de pocas décadas, la teoría del calor, de la electricidad, del magnetismo, la óptica y la química enteras se someten por completo a la "tiranía de los números", dando lugar con ello a frutos prácticos que constituyen la más amplia base de nuestro actual bienestar material. En los años 30 de nuestro siglo quedó suficientemente matematizada la genética, la porción de la biología más potente, explicativa y predictivamente. En la actualidad hay numerosos modelos económicos en disputa, pero cualquiera de ellos (aunque le pese) debe tomar en cuenta los resultados de la econometría. En cuanto a la lingüística, por mucho que se critiquen las ambiciones quizás desmesuradas de la gramática generativo-transformacional, lo cierto es que el uso de métodos algebraicos y computacionales ha permitido, al menos en el plano de la sintaxis, un rigor y una sistematicidad que ningún lingüista habría soñado hace siquiera 30 años.

Ciertamente, hay todavía muchos que sostienen que existen disciplinas en las que, por principio, es imposible o indeseable hablar en lenguaje matemático. Son los mismos que en el siglo XVII respondían a Galileo y Descartes que los fenómenos de la física terrestre son demasiado complejos para ser tratados matemáticamente, o que, como Goethe en la era romántica, ridiculizaban a Newton por querer reducir la maravilla de los colores a relaciones cuantitativas; fue en vano, perdieron la batalla. Si algo nos puede enseñar la historia cultural de los últimos cuatro siglos, es que el proceso de matematización de las ciencias empíricas es indetenible. Puede que el uso de las matemáticas en la ciencia tenga límites intrínsecos e insuperables, debido a la estructura misma del lenguaje matemático pero, en todo caso, si los hay, todavía no los conocemos, porque no se han explorado suficientemente las posibilidades de matematización en diversos campos. Es más, hay buenas razones para suponer que éstas son mucho mayores de lo que se barruntaba tan sólo hace 80 años, cuando prácticamente todo lo que se conocía de la utilidad empírica de las matemáticas era la geometría euclídea y el cálculo diferencial. El siglo XX ha presenciado una impresionante eclosión de teorías matemáticas cuyas posibilidades empíricas apenas se están explorando. Baste mencionar, a título de ejemplos más conocidos, la topología, la teoría de los espacios de Hilbert, la teoría de los procesos estocásticos, la teoría de autómatas y la teoría de grafos, amén de la flamante, aunque algo dudosa, teoría de las catástrofes.

Tres argumentos se suelen dar, sin embargo, para apoyar la idea de que la aplicación empírica de las matemáticas tiene límites insuperables, límites que además ya conocemos. Los tres argumentos parten de premisas correctas, pero sacan de ellas conclusiones injustificadas.

1) El famoso teorema de incompletud de Gödel prueba que cualquier sistema axiomático formal que tenga por lo menos la potencia expresiva de la aritmética está esencialmente limitado en el sentido de que hay afirmaciones verdaderas expresables en el sistema que no se pueden demostrar en él. De ahí infieren algunos que hay aserciones que, aun siendo verdaderas, no pueden ser probadas en ninguna teoría matemática. Esta inferencia es, desde

luego, indebida. Los que así arguyen simplemente confunden la noción de teoría matemática con la de sistema formal. Precisamente, lo que Gödel probó fue que podemos identificar enunciados matemáticos verdaderos, que no son deducibles en ningún sistema formal; es decir, que las matemáticas cubren más que el conjunto de los lenguajes formales. Formalización no es lo mismo que matematización, y de lo que aquí se trata es de la segunda, no de la primera.

2) La mecánica cuántica ha mostrado que, en el nivel subatómico, los procesos son irreductiblemente indeterministas y, por lo tanto en rigor impredecibles; probablemente lo mismo ocurra en otros campos como la genética y la psicología. De ahí sacan algunos la consecuencia de que tratar de expresar esos fenómenos en lenguaje matemático es totalmente inútil, cuando no pernicioso. A veces se manifiesta esta idea sucintamente por medio de la consigna de que "el azar y la libertad no son matematizables". La hipótesis implícitamente asumida en este argumento es que el discurso matemático sólo se puede aplicar con sentido a objetos regidos por leyes deterministas. Naturalmente, esta hipótesis es falsa. Su mejor contraejemplo es la misma mecánica cuántica, la cual, a pesar de haber echado por la borda el determinismo, emplea uno de los aparatos matemáticos más potentes que ha conocido la historia. Al tratar un dominio de fenómenos esencialmente indeterministas, ya sean electrones, mutaciones o decisiones humanas, todo lo que hay que hacer es introducir la noción de probabilidad y aplicarla sistemáticamente, con toda la matemática que ello conlleva. Los métodos estadísticos, la teoría de los procesos estocásticos, la teoría de las decisiones y tantas otras ramas de esa fértil matriz que es la teoría matemática de la probabilidad, nos pueden ser de enorme ayuda en estos campos. Ciertamente, el tipo de inferencias que se obtengan aquí será de una clase diferente a la de las leyes deterministas, las predicciones serán "globales" en vez de "puntuales" y los métodos de contrastación de hipótesis también serán distintos. Pero esto nada tiene que ver con la posibilidad o imposibilidad de usar el lenguaje matemático, sino con el tipo de teorías empíricas con las que nos enfrentamos. La matemática en sí misma no está reñida ni con el indeterminismo, ni con el azar, ni con la libertad. La matemática sólo está reñida con dos cosas: con la contradicción y con la confusión.

3) Los objetos de los que hablan las teorías matemáticas, como son los números, las figuras geométricas, los conjuntos y estructuras, son objetos ideales concebidos a priori por la mente humana, con rasgos perfectamente bien delineados, exactos. Tales objetos nunca se encuentran en la experiencia humana, que se enfrenta a fenómenos y procesos de proporciones y límites inexactos, imprecisos, cambiantes y difíciles de apresar. En suma, el mundo de las matemáticas es un mundo de objetos ideales que nada tienen que ver con el mundo de objetos cambiantes y difusos de nuestra experiencia. Por lo tanto, hablar matemáticamente sobre la realidad empírica proviene de un error categorial. Querer expresar nuestro conocimiento sobre las cosas físicas en términos de números y figuras es un sueño, un hermoso sueño quizás, pero completamente irreal. Este es, en lo esencial, el argumento de Aristóteles en contra de la utilidad de las matemáticas en el conocimiento empírico. Es el mejor y más persuasivo argumento que conozco a este respecto, y hay que reconocer que señala una dificultad filosófica real y profunda. Vale la pena detenerse a discutir con detalle esta cuestión.

Al igual que en los casos anteriores, el argumento parte de una premisa indiscutible: el mundo del que habla la matemática no es el mundo que percibimos. La ontología presupuesta en el discurso matemático y la ontología que se desprende de nuestra experiencia sensorial son radicalmente distintas. Nadie ha visto nunca π objetos, ni ha observado el límite de una sucesión de infinitos términos. Vemos a veces figuras que se parecen a lo que los matemáticos llaman "un triángulo", pero cuando sumamos los supuestos ángulos de esas figuras supuestamente triangulares, casi nunca hallaremos que la suma nos da 180°. En un caso, la medida nos dará 179°, en otro 181°, en otro 179.6°, etc. Y si alguna vez nos da 180°, consideraremos que es por chiripa. En general, no hay coincidencia entre lo que nos dicen los matemáticos que debe ser y lo que encontramos en nuestra experiencia. *Ergo:* el lenguaje matemático no es adecuado para expresar nuestra experiencia.

Las premisas son ciertas, el argumento es plausible y, sin embargo, todos sabemos hoy día que la conclusión en su generalidad es falsa. Simplemente es un hecho el que nos ha ido muy bien en el uso de las matemáticas para el conocimiento empírico, y sin duda cada vez nos va mejor. ¿Dónde está la falacia del argumento aris-

totélico? No es fácil detectarla y aún menos dar una buena razón de la falla del argumento. Adelanto que, en mi opinión, aún no disponemos de una *explicación* enteramente satisfactoria de la causa por la que ha fallado el argumento aristotélico. Sobre esto volveré más adelante.

Por el momento, lo más fácil de detectar es el punto en el que discrepamos de Aristóteles y sus discípulos. Los podemos seguir hasta la afirmación de que casi nunca hay coincidencia entre las proposiciones matemáticas y lo que observamos en la experiencia. Esto es cierto, pero de ahí no se puede inferir que las matemáticas no pueden servir para el conocimiento empírico. Hay que matizar la afirmación. Es cierto que casi nunca hay coincidencia *exacta* entre matemática y experiencia. Pero suele haber coincidencia *aproximada.* Y esta pequeña diferencia es absolutamente crucial para el problema que nos ocupa. Con la aproximación de la matemática a la experiencia nos basta. Basta con que la suma de los ángulos de un triángulo material se *aproxime* a los 180°. Una física matemática no tiene por qué ser una ciencia exacta. De hecho, no lo es. Digan lo que digan los rótulos institucionales, la física moderna *no* es una ciencia exacta. No hay ciencia empírica exacta, todas las teorías empíricas se aproximan mejor o peor a su objeto de estudio. El carácter aproximativo es inevitable en toda ciencia empírica matematizada. Puede haber, y de hecho hay, una física matemática aproximativa. El no haber comprendido esta posibilidad es el origen del fracaso de la física aristotélica, de una física que se apegaba demasiado fielmente a las características de lo fenoménico. Era una física conceptualmente *demasiado honesta.* La propuesta arquimediana, en cambio, consistía en admitir un poco de trampa en el juego entre matemática y experiencia, en forzar a los fenómenos dentro de moldes matemáticos, claro que sin violentarlos en exceso, más allá de un límite de tolerancia. El truco de la aproximación y el forcejeo matemático-empírico sólo podían funcionar si se sometían a ciertos límites, a ciertas reglas. Y la reglamentación de este juego también la proporcionaría la matemática, primero de una manera bastante intuitiva, después de modo rigurosamente sistemático, hasta convertirse en una rama de la matemática misma, la llamada "teoría de errores", que debemos fundamentalmente a Laplace y Gauss. Una matemática que se aplicara a la experiencia a través de un error admitido, calculado y reglamentado era la clave para dar el salto ontológico de lo matemático a lo empírico que a Aristóteles se le hacía imposible.

No fue fácil comprender esto. Costó dos milenios de tensión intelectual. La batalla empezó alrededor del siglo IV a.C. y no terminó sino a mediados del siglo XVIII. Durante muchos siglos los anti-matemáticos que no querían hacer trucos llevaron la voz cantante, si bien siempre despuntaba alguno que otro excéntrico que se sentía atraído por el programa arquimediano. El conflicto arreció en el siglo XVII, pero aun los éxitos iniciales de los arquimedianos no parecían a muchos suficientes. Todavía a principios del siglo XVIII una mente por lo demás tan lúcida como la del obispo Berkeley se burlaba de los esfuerzos de Newton y sus discípulos por encasillar la naturaleza en moldes matemáticos y consideraba los "infinitesimales" de los que hacía gala la nueva física matemática como engendros de mentes calenturientas que, de acuerdo con él, no podía aceptar el robusto sentido común de "nosotros, los irlandeses". Y no le faltaba al robusto irlandés su parte de razón, como tampoco se la podemos negar a Aristóteles. Inventar cosas como números irracionales e imaginarios, infinitesimales, sucesiones infinitas de puntos, espacios de curvatura variable y otras lindezas por el estilo es ya de por sí más dudoso que la poesía dadaísta, pero pretender además que estos engendros son el fiel reflejo de la apacible realidad que nos circunda es el colmo de la insensatez. La paradoja de la historia es que al final ganaron los insensatos, los "sonámbulos", como los ha bautizado Arthur Koestler en su delicioso ensayo sobre la revolución científica. Y ganaron, no porque ofrecieran argumentos a priori más sólidos y más convincentes que los de sus contrarios, que no los tenían, sino porque siguieron el precepto bíblico: "Por sus frutos los conoceréis". En efecto, fue el fruto de su extraño desvarío matematizador que, con todas las apuestas razonables en contra, lograran en un siglo lo que sus adversarios no habían conseguido en dos milenios: desde los cometas hasta las mareas, de la artillería al reloj de péndulo, de la vibración de una cuerda a los vasos comunicantes, una enorme multitud de fenómenos, celestes y terrestres, naturales y artificiales, cotidianos y recónditos, fueron domados exitosamente por la fuerza de la geometría, del álgebra. . . y de los errores matemáticamente reglamentados. A cada argumento general de los anti-matemáticos, los "sonámbulos" replicaban con un nuevo resultado brillante y fructífero; caía otro bastión de fenómenos supuestamente inabordables para las simples fórmulas matemáticas. Los truenos que lanzaba el buen obispo Berkeley en contra de la insensatez matematicista no sirvieron de nada, como tampoco habían servido de nada antes las objeciones aristotélicas. Poco después de la muerte de Berkeley, la mecánica y la astronomía adoptaron con Euler, D'Alembert y Lagrange un lenguaje mucho más salvajemente matemático y abstracto que el que Newton, molestando a Berkeley, se hubiera atrevido jamás a emplear. Ya en la segunda mitad del siglo XVIII, si uno abría un tratado de mecánica, se encontraba con un texto repleto de fórmulas que sólo era inteligible a matemáticos bien entrenados. El lector desprevenido no podía sospechar que con ese lenguaje esotérico el autor estuviera hablando de cosas que vemos todos los días, como las fases de la luna, las mareas o el trompo con que juega un niño. Esta transformación, incuestionablemente fértil, del lenguaje propio de nuestro conocimiento empírico causó un gran impacto en la comunidad intelectual de la época. A fines del siglo XVIII, para una mente esclarecida, la cuestión ya no era saber si el lenguaje matemático era aplicable a lo empírico, sino averiguar *por qué* lo era. La reflexión natural era ésta: "Sabemos que Arquímedes en definitiva le ha ganado la partida a Aristóteles; pero, ¿por qué?" ¿Por qué hablar en matemáticas sobre las cosas que nos rodean nos proporciona un conocimiento tan superior al que nos proporciona hablar sobre ellas en latín o en alemán? El primero en ver claramente que ésta era la pregunta básica de toda epistemología moderna fue Kant. A esta pregunta trata de responder, en definitiva, la *Crítica de la razón pura*. La respuesta, hoy día, ya no nos satisface por varias razones, pero sobre todo porque la explicación kantiana se basa en el supuesto de que las disciplinas matemáticas y, en particular, las *aplicaciones empíricas* de las disciplinas matemáticas conducen a verdades inconmovibles y absolutas, y esto simplemente es falso, como ha mostrado el desarrollo post-kantiano de las matemáticas y de su aplicación a la física. No obstante, el mérito de Kant consiste en haber planteado el problema por vez primera y en haberlo señalado como una cuestión epistemológica central. Con ello se inauguró la disciplina que hoy día conocemos como "filosofía de la ciencia". Para la actual filosofía de la ciencia, el problema kantiano sigue siendo central, y seguimos sin una respuesta definitiva al mismo. Sabemos unas cuantas cosas más de las que sabía Kant, cosas importantes sobre la naturaleza de las matemáticas y de las ciencias empíricas, pero seguimos debiendo una explicación plenamente satisfactoria de por qué las matemáticas y no el latín, por qué Arquímedes y no Aristóteles. El éxito del lenguaje matemático para referirse a un dominio cuya naturaleza, al menos a primera vista, le es totalmente ajena, es cada vez más firme, pero no por ello deja de ser una incógnita "el milagro de la física matemática", como lo ha caracterizado René Thom, el conocido matemático francés, en una entrevista reciente. A continuación no me dispongo a tratar de quitarle a este milagro su carácter milagroso, pero sí intentaré aclarar un poco su naturaleza de acuerdo con los resultados de la actual filosofía de la ciencia y las perspectivas abiertas por ésta.

Para desbrozar el camino, lo primero que hay que hacer es preguntarse por la naturaleza específica del lenguaje matemático, por su origen. ¿De dónde provienen las matemáticas? La respuesta clásica, que arranca de Platón, es clara y contundente: la matemática es el lenguaje con el que nos referimos a un mundo de realidades eternas, al "topos uranos", que nada tiene que ver con el mundo de fenómenos cambiantes de "acá abajo". Si el alma humana es capaz de entender algo de matemáticas es por su origen divino, transempírico, por su capacidad de reminiscencia de algo de las verdades eternas que aprehendía plenamente antes de su caída a este mundo de sombras. Esta concepción, con un ropaje menos mitológico, sigue siendo muy popular entre muchos matemáticos modernos. Kurt Gödel, uno de los más grandes genios de la historia de las matemáticas, muerto hace apenas un par de años, estuvo convencido hasta el fin de sus días de que los entes matemáticos que él investigaba son tan reales como nuestras mesas y sillas cotidianas, sólo que existen en un mundo completamente distinto al de las mesas y sillas, y no son percibibles por los órganos sensoriales normales sino por un órgano mental especial. Esta concepción platónica de la naturaleza de las matemáticas, además de hermosa, bien pudiera ser cierta, pero si lo fuera, dejaría más inexplicado que nunca el problema kantiano; "el milagro de la física matemática" aparecería más milagroso que nunca. En efecto, si el lenguaje de las matemáticas se refiere a un mundo de entes eternos e inmutables, radicalmente distintos del mundo empírico, entonces es absolutamente incomprensible cómo, con ese mismo lenguaje, nos podemos referir con éxito a cosas como trompos y mareas. De hecho, en este punto Platón era coherente, y no creía que las matemáticas nos pudieran ayudar a arreglárnoslas con el mundo fenoménico. Dicho sea de paso, a veces se conoce la tradición arquimediana de aplicación de las matemáticas a lo empírico como tradición platónica o neoplatónica (por ejemplo, se dice que Galileo era un "platónico"). Pero esto es un craso error de interpretación: la concepción platónica, tomada en serio, habría fomentado sin duda el desarrollo de la matemática pura, pero habría hecho imposible la matematización de las ciencias empíricas. A lo sumo, y con buena voluntad, habría apoyado una astronomía matemática (y, efectivamente, éste fue al parecer el efecto que tuvo el platonismo sobre los astrónomos árabes y sobre Kepler), porque para Platón, como para casi todo el mundo en la Antigüedad, el cielo —expresión de lo divino— era radicalmente opuesto a la Tierra —el reino de las sombras—. Pero el platonismo jamás hubiera llevado a una física matemática terrestre y menos a una química o biología matemáticas. Si algún héroe fundador se le quiere encontrar necesariamente a esta tradición, éste será Arquímedes y no Platón.

El otro gran esquema explicativo de la naturaleza de las matemáticas es, como ya hemos indicado, el de Kant. Según la filosofía kantiana, los enunciados matemáticos provienen simplemente de la interacción de las categorías a priori del entendimiento con las formas puras de la intuición: espacio y tiempo. Cuando las categorías del entendimiento interactúan con la intuición espacial constituyen la geometría, y cuando lo hacen con la intuición temporal constituyen la aritmética. Dado que toda percepción empírica se da necesariamente dentro de las formas puras de espacio y tiempo y, por lo tanto, en cuanto la aprehendemos intelectualmente, dentro del discurso geométrico y del aritmético, queda explicado así para Kant por qué nos vemos llevados con tanto éxito a aplicar el discurso matemático a la experiencia: este discurso proviene de la constitución misma del *tandem* entendimiento-intuición. El modo genuino que posee el entendimiento de conceptuar el espacio *es idéntico* a la geometría, y el modo genuino que posee de conceptuar el tiempo *es idéntico* a la aritmética. Y como toda percepción empírica se da dentro de las intuiciones de espacio y tiempo, resulta que toda percepción empírica conceptualizada se dará dentro de la geometría y la aritmética.

La propuesta de solución kantiana es profunda y atractiva, y por mi parte sospecho que, sea cual fuere la solución final que se dé al problema de la relación entre matemática y experiencia, tendrá algo que ver con Kant. Sin embargo, la explicación kantiana, tal como está, tiene una serie de graves inconvenientes que la hacen inverosímil y en definitiva inaceptable tomada literalmente. En primer lugar, ésta sólo es plausible si por un lado identificamos la totalidad de las matemáticas con la suma de geometría y aritmética, y si, por otro lado, identificamos la geometría con la geometría euclídea y la aritmética con la aritmética de Peano. Ninguna de estas identificaciones es sostenible hoy día. Las matemáticas abarcan mucho más que la geometría euclídea y la aritmética de Peano. Ni la teoría de los números reales, ni la de los complejos, ni las geometrías no-euclídeas, ni la teoría de los espacios de Hilbert, por citar sólo los ejemplos más obvios, caben dentro del esquema kantiano. Kant las podría aceptar a lo sumo como meros juegos de símbolos sin relevancia empírica. Pero lo contrario es el caso. Todas las teorías mencionadas, a pesar de ser ajenas a la intuición humana, no sólo son sistemas formalmente coherentes, sino que además han tenido espléndidas aplicaciones empíricas: en mecánica clásica, en electromagnetismo, en la relatividad generalizada y en mecánica cuántica. Los matemáticos intuicionistas y constructivistas de nuestro siglo que, siguiendo el espíritu del programa kantiano, han negado la validez de estas partes anti-intuitivas de las matemáticas, han recibido como premio el ser olímpicamente ignorados por los físicos, quienes, al igual que los arquimedianos de antaño, no han querido perder el tiempo con argumentos generales a priori. Para ellos, la justificación de la matemática anti-intuitiva está bien clara: es buena porque *sirve*.

Claro está que, con ello, el problema kantiano, la pregunta por el milagro, sigue en pie. Kant nos ofreció una solución brillante, pero a fin de cuentas inaceptable porque presupone que la única porción de la matemática que es utilizable con fines empíricos

es la porción intuible para el entendimiento humano. Pero hoy día sabemos que este presupuesto es falso. En muchos casos, cuanto menos intuitiva, cuanto más abstracta y "deshumanizada" sea la teoría matemática de la que echemos mano, tanto mejor, tanto más conveniente para explicar y predecir fenómenos empíricos complicados, desde la física de partículas hasta la astrofísica, pasando por la sintaxis de los lenguajes naturales y la microeconomía. El espíritu de Arquímedes sigue vengándose con éxito y seguimos sin saber por qué.

Disponemos, sin embargo, de una ventaja importante que Kant no tenía al afrontar su problema. Hoy día sabemos algo fundamental sobre la naturaleza de las matemáticas que Kant no podía saber. Sabemos que todas las teorías matemáticas, a pesar de su enorme número y aparente diversidad de principios, pueden expresarse en un solo lenguaje. Por primera vez en la historia podemos hablar propiamente de *el* lenguaje de las matemáticas, en singular. Antes, había varios lenguajes matemáticos: el de los números, el de las figuras, el de los infinitesimales, el de las relaciones topológicas. . . y las conexiones entre estos distintos lenguajes no estaban nada claras. Ahora hay un solo "Esperanto" para todo el mundo que quiera hablar en Matemático, un solo lenguaje al que se han reducido todos los demás, y que es por añadidura un lenguaje sumamente simple: la teoría de conjuntos. Desde la obra enciclopédica del grupo Bourbaki en los años 40 y 50 (en realidad ya desde antes), se sabe que todas las teorías matemáticas existentes son expresables en términos de la teoría de conjuntos, que no son más que complicaciones sucesivas de la teoría elemental de conjuntos que los niños de 10 años aprenden hoy en la escuela, y el lenguaje es siempre el mismo. El vocabulario básico y la sintaxis de este lenguaje son sumamente simples: se reducen al vocabulario y sintaxis de la lógica de predicados con un solo añadido: la relación "$\in$" de pertenencia. En un momento de máximo optimismo se llegó a creer que bastaría con la lógica de predicados solamente: fue la época del programa logicista de Frege y Russell. Luego se vio que esto era ser un poco demasiado optimista; además de la lógica necesitamos el $\in$ de marras para expresar todo lo que queremos. Pero también con ello basta, y éste es el hecho impresionante: todos los conceptos matemáticos, por complicados que sean, se pueden reducir a lógica + E. Basados en las reglas sintácticas y de cálculo de la lógica de predicados, que son muy simples, y en los 10 axiomas de la teoría estándar de conjuntos, la mayoría de los cuales también tiene una forma bastante sencilla, podemos reconstruir paso a paso todo el enorme edificio de las teorías matemáticas existentes, incluidos los sistemas matemáticos anti-intuitivos de los que se sirven los científicos empíricos. Por supuesto, para cada nueva teoría matemática especial añadimos nuevas leyes específicas a los principios básicos de la lógica y la teoría de conjuntos. Pero lo que aquí importa es que las reglas de construcción de conceptos y las reglas de formación y transformación de enunciados son siempre las mismas. En una palabra, la *gramática*, y por lo tanto el aparato conceptual de la matemática entera permanecen invariables.

Esta notable situación, que curiosamente sigue siendo soslayada fuera de estrechos círculos de matemáticos y filósofos, arroja una luz nueva y prometedora al problema del milagro. Ciertamente, el problema como tal sigue en pie, pero lo podemos reformular de una manera mucho más perspicua. El problema aparece ahora así: tenemos un lenguaje cuyo vocabulario y sintaxis son sumamente simples, que es el lenguaje más potente inventado hasta la fecha por el hombre para explicar y controlar los fenómenos empíricos. La base de este lenguaje es simplemente la lógica de predicados junto con la relación $\in$. Y la pregunta con la que quisiera concluir es: ¿qué tiene de especial la lógica de predicados y la relación $\in$ que las hace un instrumento tan maravillosamente apto para explicar el mundo que nos rodea, mucho más apto desde luego que la gramática, esencialmente más complicada, del griego, del latín o del inglés? O dicho más sucintamente: ¿por qué todo lo que puede expresarse científicamente es mejor expresarlo en teoría de conjuntos? Quizás con esta formulación mucho más precisa y simple que la que tenía a mano Kant se nos abran mejores perspectivas para resolver su inquietante problema.

Carlos-Ulises Moulines es investigador en el Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM. Algunos de sus trabajos publicados son: *La Estructura del mundo sensible*, Barcelona, Ed. Ariel, 1973; y *Exploraciones Metacientíficas*, Madrid, Alianza Ed., 1982.